

## Strong Normalization for First-order Logic

Tigran M. Galoyan

Institute for Informatics and Automation Problems of NAS of RA  
e-mail: tigran.galoyan@gmail.com

### Abstract

In this paper we discuss strong normalization for the  $\rightarrow \forall$  - fragment of first-order logic. The use of the method of collapsing types to transfer the result concerning strong normalization (that is, any derivation  $r$  is strongly normalizable) from implicational logic to first-order logic is illustrated (ref [1]). The considered result is improved by a complement, which states that for any derivation  $r$  and its collapse  $r^c$  we need the same number of one-step reductions (the  $\rightarrow_1$  rule) to bring them to their normal forms.

Our basic logic calculus is the  $\rightarrow \forall$  - fragment of minimal natural deduction for first-order logic over simply typed lambda-terms. This restriction regarding the minimal fragment does not mean a loss in generality, since the full classical first-order logic can be embedded in this system by adding stability axiom. The method of collapsing types developed in [2] is used to get some results concerning the strong normalization of derivations in first-order logic.

### References

- [1] Schwichtenberg, H.: *Normalization*. In F.L. Bauer, editor, Logic, Algebra and Computation. Proceedings of the International Summer School Marktoberdorf, Germany, July 25 - August 6, 1989, Series F: Computer and Systems Sciences, Vol. 79, pages 201-237. NATO Advanced Study Institute, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York 1991
- [2] Troelstra, A. and van Dalen, D.: *Constructivism in mathematics*. An introduction. Studies in Logic and the Foundations of Mathematics, Vol. 121, 123 Amsterdam: North Holland 1988

**Խիստ նորմալիզացիա առաջին կարգի տրամաբանության համար**

S. Մ. Գալոյան

### Անփոփում

Աշխատանքում ուսումնասիրվել է խիստ նորմալիզացման խնդիրը առաջին կարգի տրամաբանության  $\rightarrow \forall$  կտորի համար: Գիտարկվել է փլուզվող տիպերի մեթոդի կիրառումը, որի միջոցով [1]-ում խիստ նորմալիզացիային վերաբերվող արդյունքը (այն է՝ կամայական թերմ խիստ նորմալիզացվող է), ստացված միայն տրամաբանության  $\rightarrow$  կտորի համար, տարածվում է նաև առաջին կարգի տրամաբանության վրա: Ստացվել է

առավել ամփոփ արդյունք, որն ի հավելումն պնդում է նաև՝ ցանկացած  $r$  արտաձևան և դրա համապատասխան  $r^c$  փլուզման համար անհրաժեշտ է նույն քանակությամբ միաքայլ ռեդուկցիա, որպեսզի դրանք բերվեն նորմալ ձևի: